

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 09: Cálculo de área	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

CÁLCULO DE ÁREA

Conteúdo em vídeo

<https://www.youtube.com/watch?v=0BtstMBei1A&feature=youtu.be>

Introdução

As plantas topográficas são elaboradas atualmente em programas CAD (*Computer Aided Design*) facilitando o cálculo de área, o que dispensa o emprego dos métodos analítico, gráfico ou mecânico para este fim.

Apesar do uso de *softwares* na maioria dos casos é importante conhecer as diferentes formas de se calcular a área quando não se dispõe de programas CAD ou se quer determinar a área de uma planta impressa ou um polígono cujos vértices possuem coordenadas conhecidas. Assim, nesta aula serão mostrados os métodos mecânico, gráfico e analítico para cálculo de área na Topografia.

Processo mecânico

Para calcular a área pelo processo mecânico é necessário a utilização do planímetro. O planímetro consiste em dois braços articulados, sendo que um dos braços deve ser fixado (pólo) e o outro deve percorrer o perímetro do polígono (cursor) que se deseja calcular a área (VEIGA; ZANETTI; FAGGION. 2012). A Figura 01 ilustra um modelo de planímetro.



Figura 01 - Planímetro mecânico
(Fonte : VEIGA; ZANETTI; FAGGION. 2012)

Processo Gráfico

O processo gráfico consiste em dividir o polígono objeto do cálculo da área em figuras geométricas menores com fácil determinação da área. No exemplo da Figura 02 foi determinada a área de um polígono pelo método gráfico onde a figura foi dividida em aproximadamente 43

quadrados (estimativa com os quadrados não inteiros) de 1 m², ou seja a área total é de 43 m². A área total é dada por:

$$A = \sum S_n \quad (1)$$

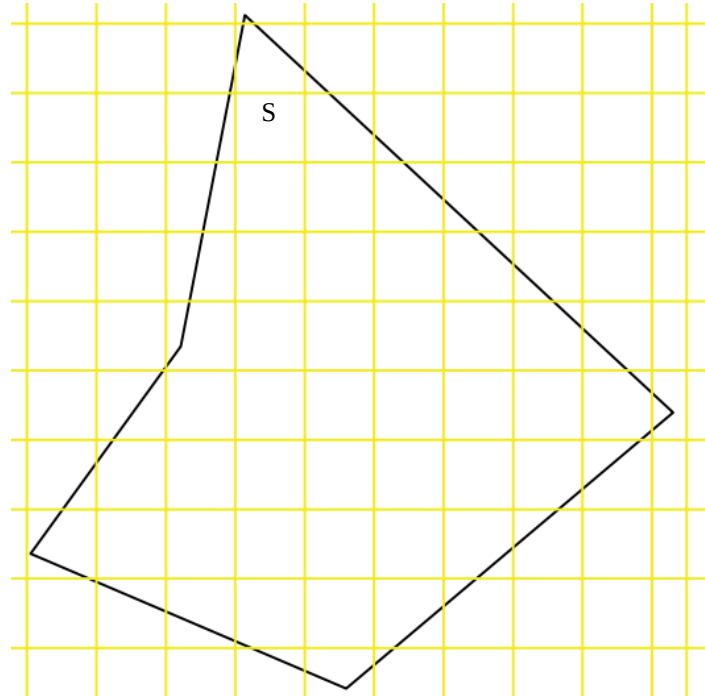


Figura 02 – Cálculo da área pelo método gráfico.

A mesma área calculada utilizando o CAD é de 42,62 m².

Processo analítico – fórmula de Gauss.

No processo analítico a área é determinada a partir do cálculo da área de trapézios definidos pelas coordenadas dos pontos do polígono. Na Figura 03 podemos observar que a área do polígono A,B,C e D é determinada com a soma das áreas A1 e A2 subtraídas das áreas A3 e A4.

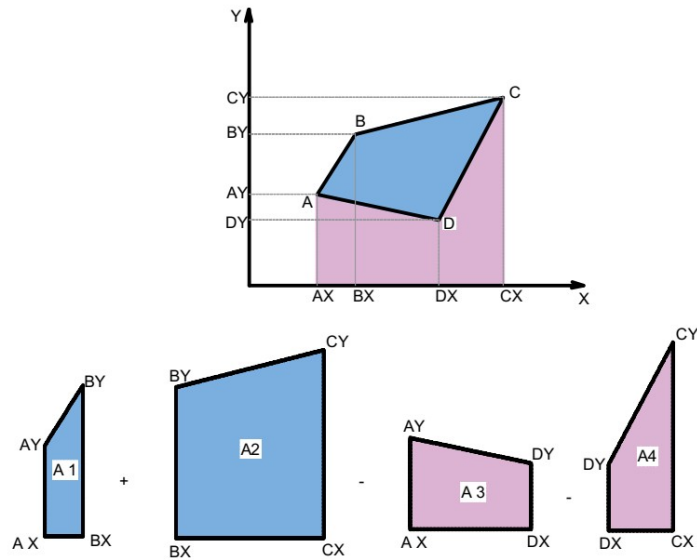


Figura 03 – Processo analítico para calculo de área

A área do trapézio é dada por:

$$A_T = \frac{(B+b) * h}{2} \quad (2)$$

onde B é a base maior, b é a base menor e h é a altura.

Considerando o exemplo da Figura 03 a área A_1 , A_2 , A_3 e A_4 são dadas por:

$$A_1 = \frac{(AY + BY) * (BX - AX)}{2} \quad (3)$$

$$A_2 = \frac{(CY + BY) * (CX - BX)}{2} \quad (4)$$

$$A_3 = \frac{(DY + AY) * (DX - AX)}{2} \quad (5)$$

$$A_4 = \frac{(CY + DY) * (CX - DX)}{2} \quad (6)$$

Somando $A_1 + A_2$ e subtraindo $A_3 + A_4$, ou seja:

$$A_T = A_1 + A_2 - A_3 - A_4 \quad (7)$$

$$2A = (AY + BY) * (BX - AX) + (CY + BY) * (CX - BX) - (DY + AY) * (DX - AX) - (CY + DY) * (CX - DX) \quad (8)$$

A equação (8) resulta em:

$$2A = AY * BX - BY * AX - CY * BX + BY * CX + DY * AX - AY * DX + CY * DX - DY * CX \quad (9)$$

A expressão (9) pode ser obtida por uma técnica mnemônica, onde as coordenadas dos pontos são dispostas conforme expressão (10) e a coordenada do primeiro ponto é repetido na última linha.

$$2A = \begin{vmatrix} AX & AY \\ +BX & -BY \\ +CX & -CY \\ +DX & -DY \\ +AX & -AY \end{vmatrix} \quad (10)$$

Para obter a equação da área basta multiplicar cruzado conforme mostra a expressão (10). Podemos verificar que o produto da multiplicação do lado esquerdo é positivo e do lado direito é negativo.

Realizando as operações citadas obtemos a seguinte expressão:

$$2A = (AY * BX) + (BY * CX) + (CY * DX) + (DY * AX) - (BY * AX) - (CY * BX) - (DY * CX) - (AY * DX) \quad (11)$$

A expressão (11) é igual à expressão (9).

Cálculo de área em CAD

Nos *softwares* de desenho ou específico para Topografia a área é facilmente calculada apenas com um comando. No caso do AUTOCAD o comando é: “area”. A Figura 03 mostra a determinação da área de um polígono no AUTOCAD.

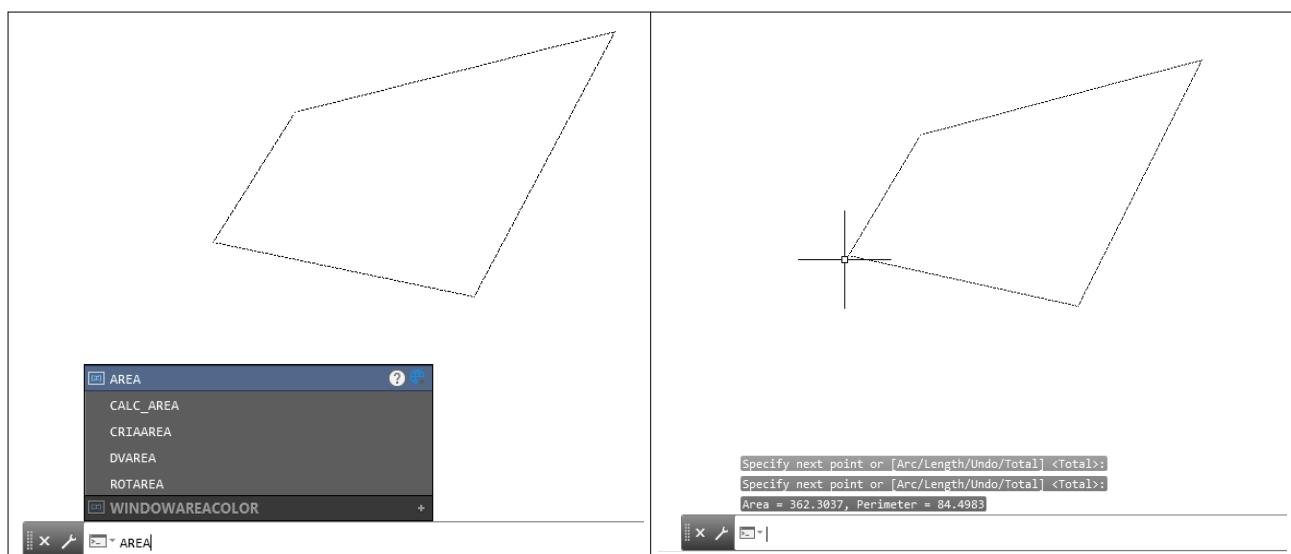


Figura 03 – Determinação de área no AUTOCAD, comando “area” (esquerda) e a área calculada pela especificação dos vértices (direita)

Exercício

1) Calcule a área de uma propriedade que possui três vértices com as seguintes coordenadas em metros:

- A(30,300);
- B(5000,5000);
- C(8000,2000).

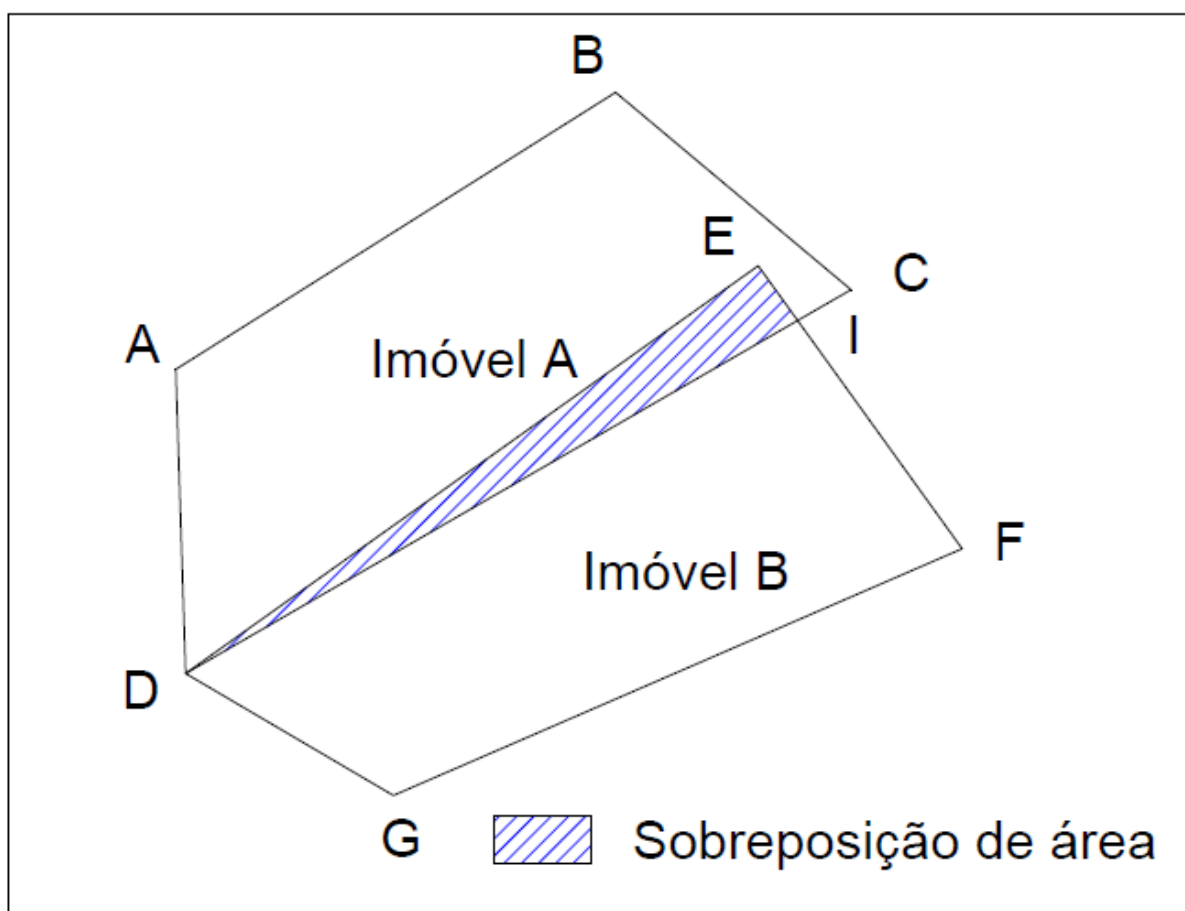
Resposta: 14910000 m²

2) Duas propriedades possuem quatro vértices cada. As coordenadas registradas encontra-se tabela abaixo:

Propriedade A			Propriedade B		
Vértice	X (km)	Y(km)	Vértice	X(km)	Y(km)
A	99,3573	119,8105	D	100,000	100,00
B	127,9804	137,8558	E	137,2605	126,5584
C	143,3013	125,0000	F	150,5315	108,1264
D	100,000	100,00	G	113,5202	92,0538

Após materializar os vértices constatou-se que uma coordenada do imóvel “B” encontrava-se no interior da propriedade “A”, o que acarreta sobreposição de área. Ao materializar as divisas adjacentes verificou-se que a coordenada da intersecção equivale a $I_x = 139,8268$, $I_y = 122,994$. Sabendo que o alinhamento CD do imóvel “A”, faz divisa com o alinhamento DE do imóvel “B”, conforme o croqui abaixo, determine:

- a) A área do imóvel A;
- b) A área do imóvel B;
- c) A área de sobreposição.
- d) Qual a porcentagem de área invadida no imóvel A



Respostas

a) $A_A = 759,165 \text{ Km}^2$

		Imóvel A		
		Coordenadas		
		X	Y	
	Multiplicação	99,3573	119,8105	Multiplicação
	15333,39571	127,9804	137,8558	-13696,9801
	19754,91535	143,3013	125	-15997,55
	12500	100	100	-14330,13
	9935,73	99,3573	119,8105	-11981,05
Total	57524,04107			-56005,7101
Area	759,1654947			

b) $A_B = 775,323 \text{ Km}^2$

		Imóvel B		
		Coordenadas		
		X	Y	
	Multiplicação	100	100	Multiplicação
	13726,05	137,2605	126,5584	-12655,84
	19051,02579	150,5315	108,1264	-14841,4837
	12274,53055	113,5202	92,0538	-13856,9966
	9205,38	100	100	-11352,02
Total	54256,98634			-52706,3403
Área	775,3230105			

c) $A_c = 100,484 \text{ Km}^2$

		Sobreposição		
		Coordenadas		
		X	Y	
	Multiplicação	100	100	Multiplicação
	13726,05	137,2605	126,5584	-12655,84
	17696,25609	139,8268	122,994	-16882,2179
	12299,4	100	100	-13982,68
Total	43721,70609			-43520,7379
Área	100,4840741			

d) Porcentagem do imóvel A invadido **13,2361%**

Bibliografia

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.